

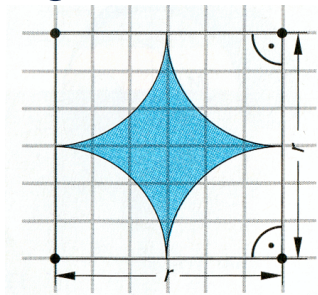
Aufgaben zu Kreisbogen und Kreissektor

1.0 Berechnen Sie die fehlenden Maße. ○

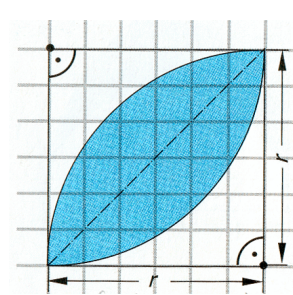
	1.1	1.2	1.3	1.4
Radius r in cm	12,45			12,8
Maß φ des Mittelpunktwinkels		150°	100°	34°
Bogenlänge b in cm		17,80		
Flächeninhalt A in cm ²	60,87		87,27	

2.0 Berechnen Sie den Flächeninhalt der in den folgenden Bildern gerasterten Fläche für $r = 4$ cm.

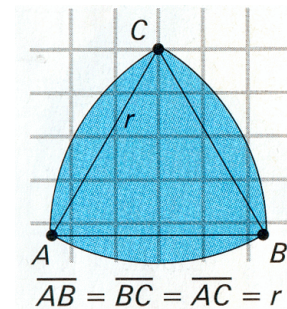
2.1 ○



2.2 ⊗

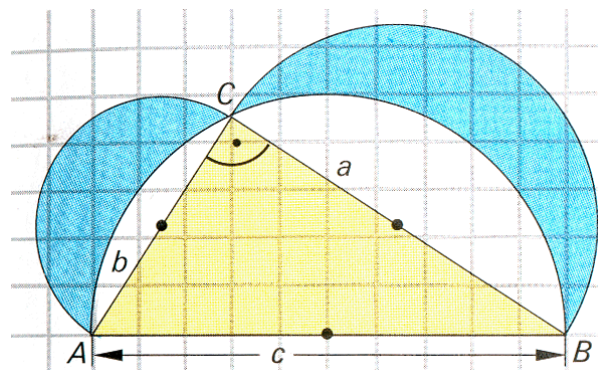


2.3 ⊗

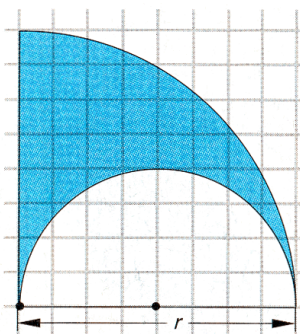


3 Zeigen Sie, dass die in folgender Figur dargestellten Halbmonde zusammen den gleichen Flächeninhalt haben wie das Dreieck ABC („Möndchen des Hippokrates“).

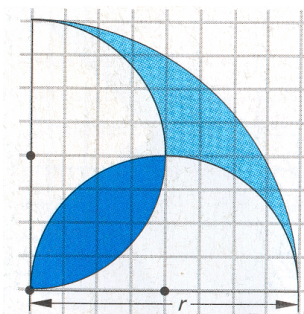
Rechnen Sie zuerst mit $a = 4$ cm, $b = 3$ cm und $c = 5$ cm und dann allgemein. ⊗



- 4 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass die in folgender Figur gerasterte Fläche den gleichen Flächeninhalt wie der Halbkreis hat. Verwenden Sie dafür für den Radius $r = 5$ cm. ○

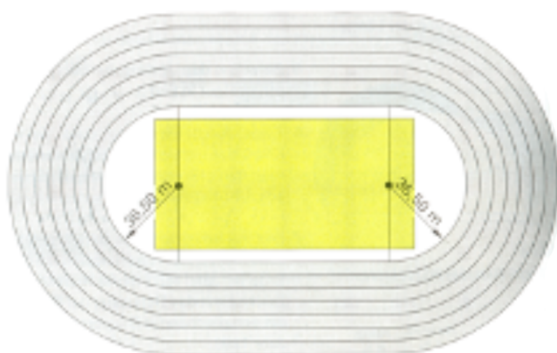


- 5 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass die beiden in folgender Figur gerasterten Flächen den gleichen Flächeninhalt haben. Verwenden Sie für den Radius $r = 6$ cm. ⊗



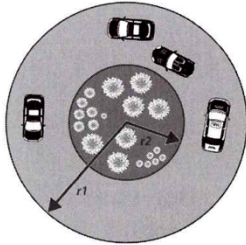
- 6 Aus einem quadratischen Stück Blech der Seitenlänge $a = 50$ cm werden vier gleich große Kreisscheiben mit größtmöglichem Radius ausgestanzt. Bestimmen Sie, wie viel Prozent der Abfall beträgt. ⊗

- 7.0 In einem Leichtathletikstadion beträgt der Radius des Innenbogens 36,50 m (siehe folgende Figur). ⊗



- 7.1 Ermitteln Sie, wie lange die geraden Teilstücke der Bahnen sein müssen, damit der Läufer auf der Innenbahn genau 400 m zurücklegt.
Hinweis: Für die Berechnung wird von einer gedachten Lauflinie ausgegangen, die 30 cm von der Innenkante der Bahn entfernt ist.

- 7.2 Bestimmen Sie, welche Kurvenvorgabe bei einem 400m Lauf der Läufer auf der sechsten Bahn erhalten muss (Eine Bahn ist jeweils 1,22 m breit).
- 7.3 Berechnen Sie, wie viele Meter ein Leichtathlet bei einem 10000m Lauf läuft, wenn er ständig die zweite Bahn benützt.
- 8.0 Ein Kreisverkehr soll eingerichtet werden. Der äußere Radius r_1 ist 16 m groß, der innere Radius r_2 beträgt 5 m.



- 8.1 Bestimmen Sie, welcher Flächenbedarf für den gesamten Kreisverkehr erforderlich ist. ○
- 8.2 Ermitteln Sie, wie viele Pflanzen benötigt werden, wenn man den inneren Teil mit neun Pflanzen pro m^2 ausschmückt. ⊗
- 8.3 Berechnen Sie, welche Kosten entstehen, wenn für 1 m^2 Asphaltdecke 17,50 € berechnet wird. ⊗

Lösungen

1.0

	1.1	1.2	1.3	1.4
Radius r in cm	12,45	6,80	10,00	12,8
Maß des Mittelpunktwinkels	45°	150°	100°	34°
Bogenlänge b in cm	9,75	17,80	17,45	7,60
Flächeninhalt A in cm²	60,87	60,51	87,27	48,61

$$2.1 \quad A = 4^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{4}{2}\right)^2 \cdot \pi = 16 - 4 \cdot \pi = 3,43 \text{ cm}^2$$

$$2.2 \quad A = 2 \cdot \left(\frac{4^2 \cdot \pi \cdot 90^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \cdot 4^2 \right) = 2 \cdot (4\pi - 8) = 8\pi - 16 = 9,13 \text{ cm}^2$$

$$2.3 \quad A = 3 \cdot \frac{4^2 \cdot \pi \cdot 60^\circ}{360^\circ} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{4}{2} \sqrt{3} = 8\pi - 8\sqrt{3} = 11,28 \text{ cm}^2$$

3

Fläche der Mönchen ergibt sich durch Berechnung der beiden Kreissektoren der Seite b (Radius 1,5 cm) und a (Radius 2 cm). Danach muss man die Fläche des großen Kreissektors bei Seite c (Radius 2,5 cm) abziehen und dann wieder die Fläche des Dreiecks ABC addieren.

$$\begin{aligned} \Rightarrow A_{\text{Mönchen}} &= \frac{1}{2} \cdot (1,5)^2 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot (2)^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot (2,5)^2 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = \\ &= 1,125 \cdot \pi + 2 \cdot \pi - 3,125 \cdot \pi + 6 = 6 = A_{\text{Dreieck}} \end{aligned}$$

Fläche der Mönchen ergibt sich durch Berechnung der beiden Kreissektoren

der Seite b (Radius $\frac{b}{2}$) und a (Radius $\frac{a}{2}$). Danach muss man die Fläche des

großen Kreissektors bei Seite c (Radius $\frac{c}{2}$) abziehen und dann wieder die

Fläche des Dreiecks ABC addieren.

$$\Rightarrow A_{\text{Mönchen}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot a \cdot b =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{b^2}{4} \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot \frac{c^2}{4} \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot a \cdot b =$$

$$= \frac{1}{8} \pi (b^2 + a^2 - c^2) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b = A_{\text{Dreieck}}$$

$$(b^2 + a^2 - c^2 = 0, \text{ da } c^2 = a^2 + b^2 \text{ nach Pythagoras})$$

4

Flächeninhalt der gerasterten Fläche: $A = A_{\text{Sektor 1}} - A_{\text{Sektor 2}}$

$$A_{\text{Sektor 1}} = \frac{5^2 \cdot \pi \cdot 90^\circ}{360^\circ} = 6,25\pi \quad A_{\text{Sektor 2}} = \frac{(2,5)^2 \cdot \pi \cdot 180^\circ}{360^\circ} = 3,125\pi$$

$$A = 6,25\pi - 3,125\pi = 3,125\pi$$

Flächeninhalt der gerasterten Fläche: $A = A_{\text{Sektor 1}} - A_{\text{Sektor 2}}$

$$A_{\text{Sektor 1}} = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot 90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4} r^2 \pi \quad A_{\text{Sektor 2}} = \frac{\left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 180^\circ}{360^\circ} = \frac{\frac{1}{4} r^2 \cdot \pi \cdot 180^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{8} r^2 \cdot \pi$$

$$A = \frac{1}{4} r^2 \cdot \pi - \frac{1}{8} r^2 \cdot \pi = \frac{1}{8} r^2 \cdot \pi$$

5

Dunkler gerasterte Fläche:

$$A = 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot (3)^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3\right) = 2 \cdot (2,25 \cdot \pi - 4,5) = 4,5 \cdot \pi - 9$$

Heller gerastete Fläche:

Großer Viertelkreis minus zwei kleinere Viertelkreise minus Quadrat

$$A = \frac{1}{4} \cdot 6^2 \cdot \pi - 2 \cdot \frac{1}{4} (3)^2 \pi - (3)^2 = 9 \cdot \pi - 4,5 \cdot \pi - 9 = 4,5 \cdot \pi - 9$$

Dunkler gerasterte Fläche:

$$A = 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{r}{2} \right)^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot \frac{r}{2} \cdot \frac{r}{2} \right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{r^2}{4} \cdot \pi - \frac{r^2}{8} \right) = 2 \cdot \left(\frac{r^2}{16} \cdot \pi - \frac{r^2}{8} \right) =$$

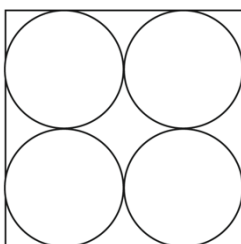
$$2 \cdot \frac{1}{16} \cdot r^2 (\pi - 2) = \frac{1}{8} \cdot r^2 (\pi - 2)$$

Heller gerastete Fläche:

Großer Viertelkreis minus zwei kleinere Viertelkreise minus Quadrat

$$A = \frac{1}{4} r^2 \pi - 2 \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{r}{2} \right)^2 \pi - \left(\frac{r}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} r^2 \pi - \frac{1}{8} r^2 \pi - \frac{r^2}{4} = \frac{1}{8} r^2 \pi - \frac{1}{4} r^2 = \frac{1}{8} \cdot r^2 (\pi - 2)$$

6



$$A_{\text{Quadrat}} = 50^2 = 2500 \text{ cm}^2 \quad A_{\text{Kreise}} = 4 \cdot 12,5^2 \cdot \pi = 1963,50 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_{\text{Abfall}} = 2500 - 1963,50 = 536,50 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{536,50}{2500} = 0,2146 \Rightarrow 21,46\% \text{ Abfall}$$

7.1

$$b = \frac{2r\pi \cdot 180^\circ}{360^\circ} = r\pi = 36,80 \cdot \pi = 115,61 \text{ m}$$

(36,80, weil 30 cm von Innenkante entfernt)

Länge der Rundbahn : 2 · Länge Bögen + 2 · Länge Geraden

$$\Rightarrow 400 = 2 \cdot 115,61 + 2 \cdot l \Rightarrow 2l = 400 - 231,2 = 168,8 \Rightarrow l = 84,4 \text{ m}$$

7.2

$$\text{Radius des Bogens Bahn 6 : } 36,5 + 5 \cdot 1,22 + 0,30 = 42,90 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{Bögenlänge : } b = 42,90 \cdot \pi = 134,8 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{Läufer auf Bahn 6 legt } 2 \cdot 134,8 + 2 \cdot 84,4 = 438,3 \text{ m zurück}$$

$$\Rightarrow \text{er muss } 38,3 \text{ m Kurvenvorgabe erhalten}$$

7.3

10000 m entspricht 25 Runden

Radius des Bogens Bahn 2: $36,5 + 1,22 + 0,30 = 38,02 \text{ m}$

$\Rightarrow$ Bogenlänge: $b = 38,02 \cdot \pi = 119,40 \text{ m}$

$\Rightarrow$ Läufer legt also pro Runde $2 \cdot 119,40 + 2 \cdot 84,4 = 407,7 \text{ m}$ zurück

$\Rightarrow$ in 25 Runden legt er also $25 \cdot 407,7 = 10192,2 \text{ m}$ zurück

8.1 Flächenbedarf: $16^2 \cdot \pi \approx 804,25 \text{ m}^2$ **8.2**

$$A_{\text{innen}} = 5^2 \cdot \pi \approx 78,54 \text{ m}^2$$

$$78,54 \text{ m}^2 \cdot 9 \text{ (pro m}^2\text{)} \approx 706,86$$

Es werden etwa 707 Pflanzen benötigt.

8.3

$$A_{\text{Ring}} = 256 \cdot \pi - 25 \cdot \pi = 231 \cdot \pi \approx 725,71 \text{ m}^2$$

$$\text{Kosten: } 725,71 \cdot 12,50 \approx 12699,93 \text{ €}$$